

# سلسلة الامتياز

في

## الرياضيات

للفصل الثالث الإعدادي  
الفصل الدراسي الثاني

إعداد

الأستاذ/وليد محمد عكاشة

ت : ٠١٠٠٢٠٩٧٨٦٦



# الوحدة الأولى

## الدرس الأول

### حل معادلتين في متغيرين من الدرجة الأولى جبرياً

لحل معادلتين في متغيرين من الدرجة الأولى نستخدم طريقة الحذف

**مثال 1** أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية جبرياً :-

$$\text{1} \quad \begin{cases} 7 = u + v \\ 3 = u - v \end{cases}$$

**الحل** ①  $7 = u + v$

②  $3 = u - v$   
بالجمع

$$\frac{10}{2} = \frac{u}{1} + \frac{v}{1}$$

③  $5 = u$  بالتعويض في ①

$$5 = u + v \Rightarrow v = 5 - u$$

$$v = 2$$

$$\therefore \text{الحل} = \{(5, 2)\}$$

$$\text{2} \quad \begin{cases} 0 = u + v \\ 1 = u + v \end{cases}$$

**الحل** ①  $0 = u + v$

②  $1 = u + v$   
بالطرح

③  $-1 = u$  بالتعويض في ①

$$-1 = u + v \Rightarrow v = -1 - u$$

$$v = 0 \Rightarrow 1 + 1 = u \Rightarrow u = 2$$

$$\therefore \text{الحل} = \{(2, 0)\}$$

$$\text{3} \quad \begin{cases} u - v = 4 \\ u + v = 13 \end{cases}$$

**الحل** ①  $u - v = 4$

②  $u + v = 13$

بضرب المعادلة الأولى

$$u - v = 4$$

$$u + v = 13$$

$$\frac{21}{2} = \frac{u}{1} + \frac{v}{1}$$

③  $v = u$  بالتعويض في ②

$$13 = u + v$$

$$v - 13 = u$$

$$\frac{3}{2} = \frac{u}{1} + \frac{v}{1}$$

$$\therefore \text{الحل} = \{(3, 0)\}$$

$$\text{4} \quad \begin{cases} 31 = u - v \\ 0 = u + v \end{cases}$$

**الحل** ①  $0 = u + v$

②  $31 = u - v$

بضرب المعادلة الأولى

$$0 = u + v$$

$$31 = u - v$$

$$\frac{140}{29} = \frac{u}{1} + \frac{v}{1}$$

③  $v = 0$  بالتعويض في ①

$$0 = u + v \Rightarrow v = -u$$

$$\frac{10}{3} = u \Rightarrow 10 = u$$

$$\therefore \text{الحل} = \{(10, 0)\}$$

$$\therefore \text{الحل} = \{(10, 0)\}$$





$$\textcircled{5} \quad 2 - 1 = 1 \quad 1 = 1 + 0 \quad 3 = 1 + 2$$

$$\textcircled{1} \quad 1 = 1 + 0 \quad \text{الحل}$$

$$\textcircled{5} \quad 0 = 1 - 1 \quad \text{بالجمع}$$

$$\frac{1}{0} = 1 \quad 1 = 1 + 0$$

$$\textcircled{1} \quad 2 = 1 \quad \text{بالتعويض في}$$

$$1 = 1 + 2 \times 2$$

$$7 = 2 - 1 = 1$$

$$7 = 1$$

$$\{ (7, 6) \} = \text{ج.م.}$$

$$\textcircled{6} \quad 9 = 1 + 8 \quad 5 = 1 + 4 \quad 3 = 1 + 2 \quad 0 = 1 - 1$$

$$\textcircled{1} \quad 9 = 1 + 8 \quad \text{الحل}$$

$$\textcircled{5} \quad 0 = 1 - 1$$

ترتيب المعادلتين أولاً

$$\textcircled{5} \times \textcircled{6} \quad \text{بضرب المعادلة}$$

$$9 = 1 + 8$$

$$\text{بالجمع} \quad 20 = 10 - 10$$

$$\frac{3}{17} = 1 \quad 3 \times 4 = 12 \quad 17 = 1 + 16$$

$$\textcircled{1} \quad 2 = 1 \quad \text{بالتعويض في}$$

$$9 = 1 + 8$$

$$2 - 9 = 10$$

$$\frac{0}{0} = 1 \quad 0 = 10 - 10$$

$$1 = 1$$

$$\{ (1, 6) \} = \text{ج.م.}$$

$$\textcircled{7} \quad 3 = 1 + 2 \quad 5 = 1 + 4 \quad 0 = 1 - 1$$

$$\textcircled{1} \quad 0 = 1 + 1 \quad \text{الحل}$$

$$\textcircled{5} \quad 3 = 1 + 2$$

$$\textcircled{2} \times \textcircled{1} \quad \text{بضرب المعادلة}$$

$$10 = 1 - 1$$

$$\text{بالجمع} \quad 3 = 1 + 2$$

$$7 = 1$$

∴ 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 ثم حذفهم وتبقى الأعداد

المستقيمان متوازيان

$$\phi = \text{ج.م.}$$

$$\textcircled{8} \quad 8 = 1 + 7 \quad 4 = 1 + 3 \quad 2 = 1 + 1$$

$$\textcircled{1} \quad 8 = 1 + 7 \quad \text{الحل}$$

$$\textcircled{5} \quad 2 = 1 + 1$$

$$\textcircled{2} \times \textcircled{5} \quad \text{بضرب المعادلة}$$

$$1 = 1 + 0$$

$$1 = 1 + 0$$

$$\text{بالجمع} \quad 1 = 1 + 0$$

كله وإحذف ∴ المستقيمان متطابقان

∴ ج.م. = عدد لانتهائي من الحلول

وأحد هذه الحلول هو

نستغل على أي معادلة فيهم وليكن الثانية

$$2 = 1 + 1$$

$$\text{بوضع} \quad 0 = 1$$

$$2 = 1 + 1 \quad 2 = 1 + 0 \quad \text{∴}$$

$$\frac{2}{1} = 1 \quad \leftarrow \quad 2 = 1$$

$$\text{∴ أحد الحلول هي } \{ (2, 0) \}$$

⚡ لاحظ أن معادلة واحدة من

الدرجة الأولى في متغيرين لها عدد لا نهائي

من الحلول لذلك فإن المستقيمان المتطابقان

يعتبروا معادلة واحدة





# الدرس الثاني [حل معادلتين الدرجة الأولى في متغيرين بيانياً]

متقاطعان	متوازيان	منطبقات
$\{ (x, y) \} = \emptyset$ عدد الحلول = حل وحيد	$\phi = \emptyset$ عدد الحلول = صفر	$\emptyset = \text{عدد لانهائي من الحلول}$ عدد الحلول هو عدلانهاث

## [بحث نوع الخطين دون رسمهما]

إذا كان $\frac{a}{d} \neq \frac{b}{c} = \frac{p}{h}$ كان المستقيمان متقاطعان $\{ (x, y) \} = \emptyset$ حل وحيد (عدد الحلول)	إذا كان $\frac{a}{d} \neq \frac{b}{c} = \frac{p}{h}$ كان المستقيمان متوازيان $\phi = \emptyset$ عدد الحلول = صفر	إذا كان $\frac{a}{d} = \frac{b}{c} = \frac{p}{h}$ كان المستقيمان منطبقتان ويكون عدد الحلول عدلانهاث وأحد هذه الحلول هو $\{ (x, y) \}$
--	--	--

**مثال ٥** إذا كان  $3 = 5x + 7y$  ،  $10 = 7x + 6y$  متوازيان أو حيدقة ل  
 $\therefore$  المستقيمان متوازيان  $\therefore \frac{3}{10} = \frac{5}{7} \neq \frac{6}{7}$   
 $3 = \frac{30}{10} = \frac{7 \times 5}{10} = 7$   
 $\therefore [3 = 7]$

**مثال ٥** بين نوع الخطين  
 $2 = 3x + 5y$  ،  $1 = 4x + 7y$  ،  $\frac{2}{1} = \frac{3}{4} \neq \frac{5}{7}$   
 $\therefore$  المستقيمان منطبقتان



### ٣] أوجد مجموعة حل المعادلتين بيانياً

①  $u = 1 - v$   $3 - v = 1 + u$

الحل

$1 - u = v$

$1 - v = 3 - u$

1	0	1	v	2	1	0	v
2	1	0	u	0	2	1	u

$1 = 1 - 0 = v$

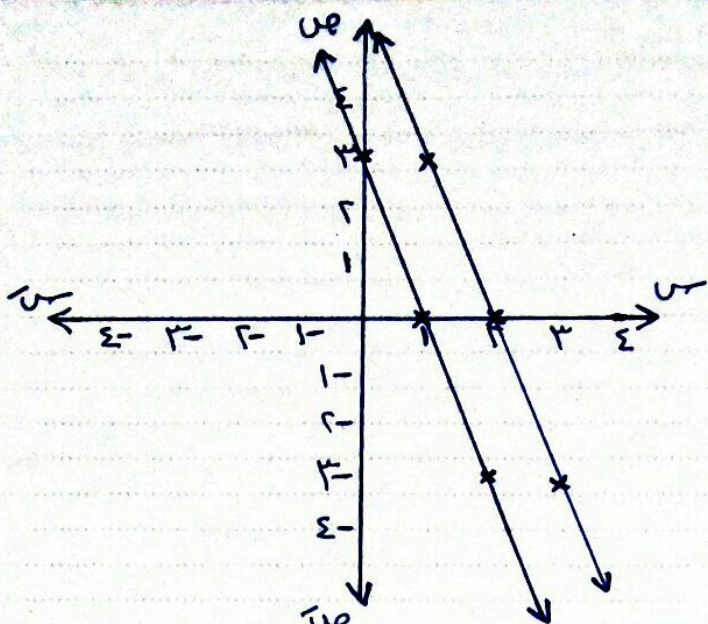
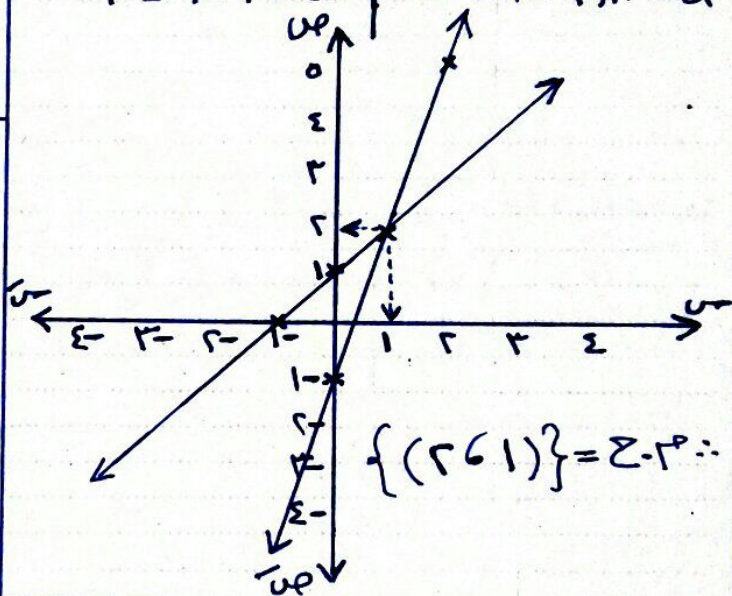
$1 = 1 - 0 \times 2 = u$

$0 = 1 - 1 = v$

$2 = 1 - 1 \times 2 = u$

$1 = 1 - 2 = v$

$0 = 1 - 2 \times 2 = u$



∴ المستقيمان متوازيان

$\phi = \text{الحل}$

②  $u = 2 - v$   $7 = u + 3 - v$

$u = 2 - v$

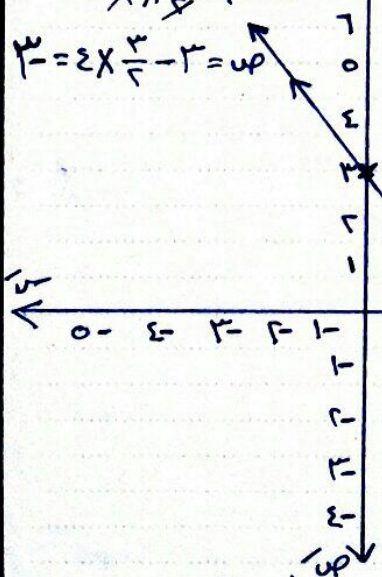
$u + 3 - v = 7$

2	0	1	v
3	0	1	u

2	0	1	v
3	0	1	u

$2 = 0 \times 1 - 3 = u$

$0 = 2 \times 1 - 3 = u$



$2 = 0 \times 1 - 3 = u$

$0 = 2 \times 1 - 3 = u$

$2 = 2 \times 1 - 3 = u$

③  $u = 2 - v$   $12 = u + 3 - v$

الحل

$u = 2 - v$

$u = 2 - v$

بالقسمة على 3

$u = 2 - v$

3	2	0	v
3	0	1	u

2	1	0	v
3	0	1	u

$3 = 1 \times 3 - 2 = u$

$0 = 2 \times 3 - 2 = u$

$3 = 3 \times 3 - 2 = u$

$2 = 0 \times 3 - 3 = u$

$0 = 1 \times 3 - 3 = u$

$3 = 2 \times 3 - 3 = u$

∴ المستقيمان متطابقان

∴ عدد لا نهائي من الحلول

$\{(0, 6, 2)\} = \text{الحل}$





## الدرس الثالث

تطبيقات على حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين

عدان ← ٥٤ و ٦٣

مجموعهم ← ٥٤ + ٦٣

الفرق بينهم ← ٥٤ - ٦٣

معيط التظيل ← ٥٤ + ٦٣ =  $\frac{1}{2}$  المحيط

يزيد ← -

أصيف ← +

ضعف الأول ← ٥٤ × ٢

ثلاثة أمثاله ← ٥٤ × ٣ وهكذا

نراويتان متتامتان ← ٥٤ + ٦٣ = ٩٠

نراويتان متكاملتان ← ٥٤ + ٦٣ = ١٨٠

١١ عدان نسيان مجموعهم ٦٣ والفرق بينهم ١٢ أوجه العددين

الحل نفرض أن العدان هما ٥٤ و ٦٣

$$\textcircled{1} \leftarrow ٦٣ = ٥٤ + ٥٤$$

$$\textcircled{2} \leftarrow ١٢ = ٥٤ - ٥٤$$

بالجمع

$$\boxed{٣٧,٥ = ٥٤} \quad \frac{٧٥}{٢} = ٥٤$$

بالتعويض في ①

$$٦٣ = ٥٤ + ٣٧,٥$$

$$٣٧,٥ - ٦٣ = ٥٤$$

$$٢٥,٥ = \frac{٥١}{٢} = ٥٤$$

∴ العدان هما  $\frac{٧٥}{٢}$  ،  $\frac{٥١}{٢}$

١٢ عدان إذا أصيف ثلاثة أمثال العدد الأول

إلى ضعف العدد الثاني كان الناتج ١٩ وإذا

أصيف العدد الأول إلى ثلاثة أمثال العدد الثاني

كان الناتج ١٦ فما العدان

الحل نفرض أن العدان هما ٥٤ و ٦٣

$$١٦ = ٥٤ + ٦٣ \quad ١٩ = ٥٤ + ٦٣$$

بضرب المعادلة ② × ٢

$$١٩ = ٥٤ + ٦٣$$

$$٤٨ = ٥٤ - ٦٣$$

$$\boxed{\frac{٢٩}{٧} = ٥٤} \quad \frac{٢٩}{٧} = ٥٤$$

بالتعويض في ②

$$١٦ = \frac{٢٩}{٧} \times ٢ + ٥٤$$

$$\boxed{\frac{٢٥}{٧} = ٥٤} \quad \frac{٢٥}{٧} - ١٦ = ٥٤$$

∴ العدان هما  $\frac{٢٩}{٧}$  ،  $\frac{٢٥}{٧}$

١٣ مستطيل طوله يزيد عن ضعف عرضه

بمقدار ٢٠ ومحيطه ٢٠ أوجد

كلاً من بعدي ومساحته . الحل

نفرض أن الطول ٥٤ ، العرض ٦٣

$$\textcircled{1} \leftarrow ١ = ٥٤ - ٥٤$$

$$\textcircled{2} \leftarrow ١٠ = ٥٤ + ٥٤$$

$$١ = ٥٤ - ٥٤$$

$$\textcircled{2} \leftarrow ٢٠ = ٥٤ + ٥٤$$

$$\boxed{٧ = ٥٤} \quad \frac{٢١}{٣} = ٥٤$$

$$١٠ = ٥٤ + ٧ \quad \textcircled{2} \leftarrow ١٠ = ٥٤ + ٧$$

$$\boxed{٣ = ٥٤} \quad ٧ - ١٠ = ٥٤$$

∴ الطول = ٢٧ ، العرض = ٢٣

∴ مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$٢١ = ٣ \times ٧ =$$





4] زاويتان متكاملتان ضعف قياس أكبرهما يساوي سبعة أمثال قياس الأصغر أوجد قياس كل زاوية .

نفرض أن قياس الصغرى  $x^\circ$  ، الكبرى  $y^\circ$

$$x + y = 180 \quad 6x = 2y \quad x = 7y$$

$$x + y = 180 \quad \text{①} \quad x = 7y \quad \text{②} \quad \times$$

$$x - 7y = 0 \quad \text{③} \quad \text{بضرب المعادلة ①} \times$$

$$x - 7y = 0 \quad \text{③} \quad \times$$

$$x - 7y = 0 \quad \text{③} \quad \times$$

$$x - 7y = 0 \quad \text{③} \quad \times$$

$$x - 7y = 0 \quad \text{③} \quad \times$$

$$x - 7y = 0 \quad \text{③} \quad \times$$

$$x - 7y = 0 \quad \text{③} \quad \times$$

$$x - 7y = 0 \quad \text{③} \quad \times$$

$$x - 7y = 0 \quad \text{③} \quad \times$$

∴ قياس الزاوية الصغرى  $x^\circ = 20^\circ$  والكبرى  $y^\circ = 160^\circ$

5] زاويتان حادتان في مثلث قائم الزاوية الفرق بين قياسيهما  $50^\circ$  أوجد قياس كل منهما

الحل

نفرض أن الزاويتان هما  $x$  و  $y$

$$x + y = 90 \quad \text{①}$$

$$x - y = 50 \quad \text{②}$$

$$x + y = 90 \quad \text{①}$$

$$x - y = 50 \quad \text{②}$$

$$x + y = 90 \quad \text{①}$$

$$x - y = 50 \quad \text{②}$$

$$x + y = 90 \quad \text{①}$$

$$x - y = 50 \quad \text{②}$$

$$x + y = 90 \quad \text{①}$$

$$x - y = 50 \quad \text{②}$$

6] عدد مكون من رقمين ورقم أحاده ضعف رقم عشراته ، وإذا عكس وضع الرقمين كان العدد الناتج يزيد عن العدد الأصلي بمقدار 36 .

الحل

نفرض أن رقم الآحاد هو  $x$

رقم العشرات هو  $y$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

$$x + y = 10 \quad \text{①}$$

اللهم إني أسألك فهم النبيين وحفظ المرسلين والملائكة المقربين ، اللهم أجعل ألسنتنا عامرة بذكرك وقلوبنا خاشعة وأسرارنا بطاعتك إنك على ما تشاء قدير وحسبنا الله ونعم الوكيل

اللهم إني أسألك فهم النبيين وحفظ المرسلين والملائكة المقربين ، اللهم أجعل ألسنتنا عامرة بذكرك وقلوبنا خاشعة وأسرارنا بطاعتك إنك على ما تشاء قدير وحسبنا الله ونعم الوكيل

اللهم إني أسألك فهم النبيين وحفظ المرسلين والملائكة المقربين ، اللهم أجعل ألسنتنا عامرة بذكرك وقلوبنا خاشعة وأسرارنا بطاعتك إنك على ما تشاء قدير وحسبنا الله ونعم الوكيل

اللهم إني أسألك فهم النبيين وحفظ المرسلين والملائكة المقربين ، اللهم أجعل ألسنتنا عامرة بذكرك وقلوبنا خاشعة وأسرارنا بطاعتك إنك على ما تشاء قدير وحسبنا الله ونعم الوكيل

اللهم إني أسألك فهم النبيين وحفظ المرسلين والملائكة المقربين ، اللهم أجعل ألسنتنا عامرة بذكرك وقلوبنا خاشعة وأسرارنا بطاعتك إنك على ما تشاء قدير وحسبنا الله ونعم الوكيل

اللهم إني أسألك فهم النبيين وحفظ المرسلين والملائكة المقربين ، اللهم أجعل ألسنتنا عامرة بذكرك وقلوبنا خاشعة وأسرارنا بطاعتك إنك على ما تشاء قدير وحسبنا الله ونعم الوكيل

اللهم إني أسألك فهم النبيين وحفظ المرسلين والملائكة المقربين ، اللهم أجعل ألسنتنا عامرة بذكرك وقلوبنا خاشعة وأسرارنا بطاعتك إنك على ما تشاء قدير وحسبنا الله ونعم الوكيل



## تمارين (١)

### ١) أعمل ما يأتي

- ① مجموعة حل المعادلتين  $u + v = 6$  و  $u - v = 0$  هي .....
- ② إذا كان المستقيمان  $u + v = 6$  و  $u - v = 0$  متوازيين فإن  $p = \dots\dots\dots$
- ③ المستقيمان الصملاان للمعادلتين  $u + v = 3$  و  $u - v = 0$  يتقاطعان في النقطة .....
- ④ نقطة تقاطع المستقيمين  $u + v = 7$  و  $u - v = 1$  تقع في الربع .....
- ⑤ مجموعة حل المعادلتين  $u + v = 6$  و  $u - v = 12$  هي .....
- ⑥ إذا كان للمعادلتين  $u + v = 1$  و  $u - v = 6$  حل وحيد فإن  $p$  لا يمكن أن تساوي .....
- ⑦ مجموعة حل المعادلتين  $u + v = 6$  و  $u - v = 3$  هي .....
- ⑧ المستقيمان  $u + v = 5$  و  $u - v = 0$  يتقاطعان في .....

### ٢) أوجد مجموعة حل أزواج المعادلات الآتية بيانياً:

- ①  $u + v = 2$  و  $u - v = 2$
- ②  $u + v = 3$  و  $u - v = 1$
- ③  $u + v = 7$  و  $u - v = 3$
- ④  $u + v = 6$  و  $u - v = 12$
- ⑤  $u + v = 6$  و  $u - v = 12$

### ٣) أوجد مجموعة حل أزواج المعادلات الآتية جبرياً:

- ①  $u + v = 6$  و  $u - v = 1$
- ②  $u + v = 6$  و  $u - v = 1$
- ③  $u + v = 6$  و  $u - v = 11$
- ④  $u + v = 6$  و  $u - v = 11$
- ⑤  $u + v = 6$  و  $u - v = 22$
- ⑥  $u + v = 6$  و  $u - v = 2$
- ⑦  $u + v = 6$  و  $u - v = 1$
- ⑧  $u + v = 6$  و  $u - v = 1$

### ٤) أوجد قيمة $p$ إذا كانت

$$u + v = 5 \text{ و } u - v = 3 \text{ و } p = 17$$

علماً بأن (٣-١) حل للمعادلتين

### ٥) عدان مجموعهم ٣ والفرق بينهم

٧- أوجد العددين

٦) مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٢٣ فإذا كان ضعف طوله ينقص عن أربعة أمثال عرضه بمقدار ٢٣، أوجد بعدي المستطيل ومساحته.

### ٧) زاويتان متتامتان قياس واحداهما

يزيد عن خمسة أمثال قياس الأخرى بمقدار ٣٠ أوجد قياس كل زاوية

### ٨) منه ٦ سنوات كان عمر رجل ستة

أمثال عمر ابنه وبعد عشر سنوات يكون عمر الرجل ضعف عمر ابنه فما عمر كل منهما الآن

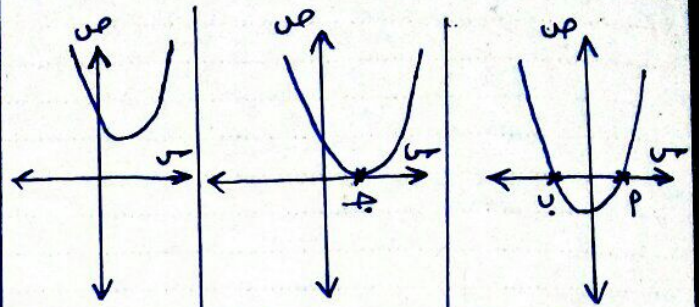
٩) عدد مكون من رقمين مجموعهما ٥ وإذا تغير وضع الرقمين فإن العدد الناتج ينقص عن العدد الأصلي بمقدار ٩ فما هو العدد الأصلي.





## الدرس الرابع :-

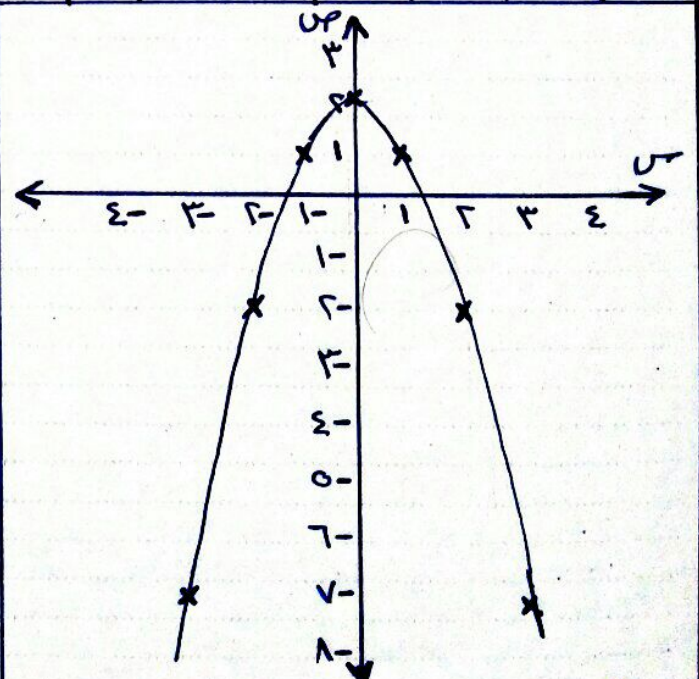
حل معادلة الدرجة الثانية في متغير واحد جبرياً وبيانياً



$\phi = \pm 2.4$   $\{x_1, x_2\} = \pm 2.4$   $\{x_1, x_2\} = \pm 2.4$

**مثال ①** مثل بيانياً ودرس  $x^2 - 2x - 3 = 0$  متخذاً  $x \in [-3, 3]$  ومن الرسم أوجه رأسي رأس المنحنى ومعادله محور التماثل والقيمة العظمى أو الصغرى ومجموعة حل المعادلة ودرس  $=$  صفر **الحل**

$x$	$3$	$2$	$1$	$0$	$-1$	$-2$	$-3$
$y$	$7$	$4$	$1$	$0$	$1$	$4$	$7$



رأس المنحنى  $= (1, -4)$

معادلة محور التماثل هي  $x = 1$

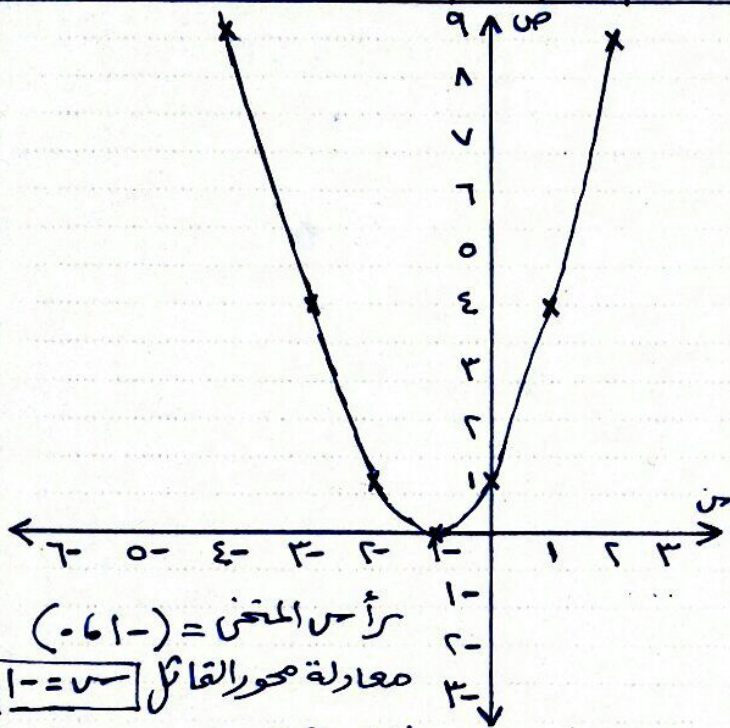
القيمة العظمى  $= 2$

$x^2 - 2x - 3 = 0$   $\{x_1, x_2\} = \{1, 3\}$

**مثال ②** درس  $x^2 + 2x + 1 = 0$

متخذاً  $x \in [-2, 2]$  **الحل**

$x$	$2$	$1$	$0$	$-1$	$-2$	$-3$	$-4$
$y$	$9$	$4$	$1$	$0$	$1$	$4$	$9$



رأس المنحنى  $= (-1, 0)$

معادلة محور التماثل  $x = -1$

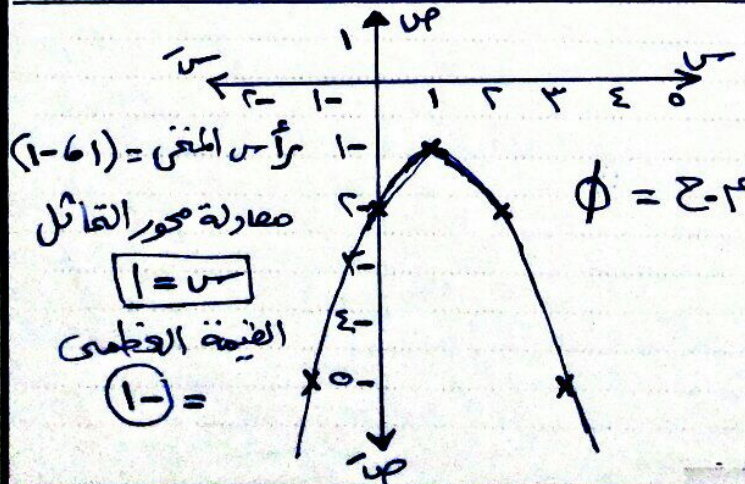
القيمة الصغرى  $=$  صفر

$\{x_1, x_2\} = \{-1, -1\}$

**مثال ③** درس  $x^2 - 2x - 3 = 0$  حيث

$x \in [-3, 3]$  **الحل**

$x$	$3$	$2$	$1$	$0$	$-1$	$-2$	$-3$
$y$	$7$	$4$	$1$	$0$	$1$	$4$	$7$



رأس المنحنى  $= (1, -4)$

معادلة محور التماثل  $x = 1$

$x = 1$

القيمة العظمى  $=$

$(-1) =$



## الحل الجبري

[التحليل - القانون العام]

مثال ① حل جبرياً  $x^2 + 7x + 8 = 0$

باستخدام التحليل  $x^2 + 7x + 8 = 0$

$$0 = (1 - x)(8 + x)$$

$$1 = x \text{ , } 8 = -x$$

$$\therefore \text{ج. ٣} = \{-1, -8\}$$

ملاحظة بعض المعادلات يصعب تحليلها لذلك نلجأ للقانون العام

## \* القانون العام

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

مثال ② أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية في ح

أ  $x^2 - 4x + 4 = 0$  حيث  $a=1, b=-4, c=4$

$$\text{الحل} \quad x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{4 \pm 0}{2} = 2$$

$$1 = p \text{ , } 4 = b \text{ , } 4 = c$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{-4 \pm 0}{2} = -2$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{4 \pm 0}{2} = 2$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{-4 \pm 0}{2} = -2$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{4 \pm 0}{2} = 2$$

$$\therefore \text{ج. ٣} = \{2, -2\}$$

مثال ③ أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية في ح

أ  $x^2 - 5x + 6 = 0$  حيث  $a=1, b=-5, c=6$

$$\text{الحل}$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$1 = p \text{ , } 5 = b \text{ , } 6 = c$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x = \frac{5 + 1}{2} = 3 \text{ , } x = \frac{5 - 1}{2} = 2$$

$$x = 3 \text{ , } x = 2$$

$$\therefore \text{ج. ٣} = \{2, 3\}$$

مثال ④ حل  $x^2 - 4x + 4 = 0$  (الحل)

نضرب  $x^2 - 4x + 4 = 0$  أولاً ونعمر المعادلة

$$1 = p \text{ , } 4 = b \text{ , } 4 = c$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{4 \pm 0}{2} = 2$$

$$x = \frac{4 + 0}{2} = 2 \text{ , } x = \frac{4 - 0}{2} = 2$$

$$x = 2 \text{ , } x = 2$$

$$\therefore \text{ج. ٣} = \{2, 2\}$$

مثال ⑤ حل  $x^2 - 9x + 14 = 0$  (الحل)

نقله القوس أولاً

$$x^2 - 9x + 14 = 0$$

$$x^2 - 9x + 14 = 0$$

$$1 = p \text{ , } 9 = b \text{ , } 14 = c$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 56}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$x = \frac{9 + 5}{2} = 7 \text{ , } x = \frac{9 - 5}{2} = 2$$

$$x = 7 \text{ , } x = 2$$

$$\therefore \text{ج. ٣} = \{2, 7\}$$





$$\frac{137-0}{2} = 68.5 \quad \left| \quad \frac{137+0}{2} = 68.5 \right.$$

$$\boxed{137-0} \quad \boxed{137+0}$$

$$\{ 68.5, 68.5 \} = \text{ج. ٢.}$$

### قصاريين (٩)

١٣١. ارسم الشكل البياني للدالة وفي الفترة المعطاة ثم أوجد مجموعة حل المعادلة  $0 =$  مقرباً الناتج لرقم عشوائي واحد في كل مما يأتي

أ (د. ١)  $0 = 2 - 3 - 4$   $0 = 2 - 3 - 4$   $0 = 2 - 3 - 4$

ب (د. ١)  $0 = 2 + 3 - 4$   $0 = 2 + 3 - 4$   $0 = 2 + 3 - 4$

ج (د. ١)  $0 = 2 - 3 + 4$   $0 = 2 - 3 + 4$   $0 = 2 - 3 + 4$

د (د. ١)  $0 = 3 + (0 - 3)$   $0 = 3 + (0 - 3)$   $0 = 3 + (0 - 3)$

هـ (د. ١)  $0 = 3 - 3$   $0 = 3 - 3$   $0 = 3 - 3$

١٣٢. أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية باستخدام القانون العام

أ  $0 = 2 - 3 - 4$  حيث  $0 = 2 - 3 - 4$

ب  $0 = 2 + 3 - 4$  حيث  $0 = 2 + 3 - 4$

ج  $0 = 2 - 3 + 4$  حيث  $0 = 2 - 3 + 4$

د  $0 = 3 + (0 - 3)$  حيث  $0 = 3 + (0 - 3)$

هـ  $0 = 3 - 3$  حيث  $0 = 3 - 3$

١٣٣. ارسم الشكل البياني للدالة وحيث (د. ١)  $0 = 2 - 3 - 4$   $0 = 2 - 3 - 4$   $0 = 2 - 3 - 4$

ومن الرسم أوجد ١ رأس المنحنى

٢ القيمة العظمى أو الصغرى للدالة

٣ معادلة محور التماثل ٤ جذري المعادلة  $0 =$

٥  $0 = 6 + \frac{4}{x} + x$  الحل

بضرب المعادلة  $x$

$$0 = x \times 6 + x \times \frac{4}{x} + x \times x$$

$$0 = 6x + 4 + x^2$$

$$0 = 6x + 4 + x^2$$

$$\boxed{0 = 6x + 4 + x^2} \quad \boxed{0 = 6x + 4 + x^2} \quad \boxed{0 = 6x + 4 + x^2}$$

$$0 = \frac{6x \pm 4}{2} = \frac{4 \times 1 \times 4 - 36 \pm 4}{1 \times 2} = 0$$

$$\frac{0 \pm 4}{2} = 0 \quad \left| \quad \frac{0 \pm 4}{2} = 0 \right.$$

$$\boxed{0 \pm 4} \quad \boxed{0 \pm 4}$$

٦  $0 = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} + 1$  الحل

بضرب المعادلة  $x$

$$0 = x \times \frac{1}{x} + x \times \frac{1}{x} + x \times 1$$

$$0 = 1 + 1 + x$$

$$0 = 1 + 1 + x$$

$$\boxed{0 = 1 + 1 + x} \quad \boxed{0 = 1 + 1 + x} \quad \boxed{0 = 1 + 1 + x}$$

$$0 = \frac{1 \pm 1}{2} = \frac{1 \times 1 \times 1 - 1 \pm 1}{1 \times 2} = 0$$

$$\frac{0 \pm 1}{2} = 0 \quad \left| \quad \frac{0 \pm 1}{2} = 0 \right.$$

$$\boxed{0 \pm 1} \quad \boxed{0 \pm 1}$$

$$\{ 0, 0 \} = \text{ج. ٢.}$$

٧  $0 = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} + 1$  الحل

بضرب معقود

$$0 = 1 + 1 + x$$

$$0 = 1 + 1 + x$$

$$\boxed{0 = 1 + 1 + x} \quad \boxed{0 = 1 + 1 + x} \quad \boxed{0 = 1 + 1 + x}$$

$$0 = \frac{1 \pm 1}{2} = \frac{1 \times 1 \times 1 - 1 \pm 1}{1 \times 2} = 0$$

$$\frac{0 \pm 1}{2} = 0 \quad \left| \quad \frac{0 \pm 1}{2} = 0 \right.$$

$$\boxed{0 \pm 1} \quad \boxed{0 \pm 1}$$





## (الدرس الخامس)

حل معادلتين في متغيرين بإحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية

لحل المعادلتين

- ① تفصل المعادلة من الدرجة الأولى
- ② تفسر المعادلة من الدرجة الثانية
- ← نعوّض في ① من ②
- ← نحل القوس ونجمع المتشابهة
- ← نحلل ونوجد قيم المتغير الأول
- ← نعوّض في ① ونوجد قيم المتغير الثاني

← نكتب ٤.٣

**مثال ①** أوجد مجموعة حل كلٍّ من المعادلتين الآتيتين

$$\textcircled{1} \quad x + y = 4 \quad \text{و} \quad x^2 + y^2 = 10$$

**الحل** ①  $x - 4 = y$

②  $x^2 + y^2 = 10$

بالتعويض في ②

$$x^2 + (x - 4)^2 = 10$$

$$x^2 + x^2 - 8x + 16 = 10$$

$$2x^2 - 8x + 6 = 0 \quad \text{نقسم على 2}$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x^2 - x - 3x + 3 = 0$$

$$x(x - 1) - 3(x - 1) = 0$$

بالتعويض من ①

$$x - 4 = y \quad | \quad x - 1 = y$$

$$x = 1 \quad | \quad x = 3$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{(1, 3), (3, 1)\}$$

$$\textcircled{2} \quad x - y = 2 \quad \text{و} \quad x^2 + y^2 = 6$$

**الحل** ①  $x - 2 = y$

②  $x^2 + y^2 = 6$

بالتعويض في ②

$$x^2 + (x - 2)^2 = 6$$

$$x^2 + x^2 - 4x + 4 = 6$$

$$2x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

بالتعويض في ①

$$x - 2 = y \quad | \quad x - 1 = y$$

$$x = 1 \quad | \quad x = 3$$

$$y = -1 \quad | \quad y = 1$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{(1, -1), (3, 1)\}$$

$$\textcircled{3} \quad x - y = 2 \quad \text{و} \quad x^2 + y^2 = 6$$

**الحل**

①  $x - 2 = y$

②  $x^2 + y^2 = 6$

بالتعويض في ②

$$x^2 + (x - 2)^2 = 6$$

$$x^2 + x^2 - 4x + 4 = 6$$

$$2x^2 - 4x - 2 = 0$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$x^2 - x - 3x + 3 = 0$$

$$x(x - 1) - 3(x - 1) = 0$$

بالتعويض من ①

$$x - 2 = y \quad | \quad x - 1 = y$$

$$x = 1 \quad | \quad x = 3$$

$$\therefore \text{مجموعة الحل} = \{(1, -1), (3, 1)\}$$





$$[4] \quad 14 = 1 + 13 \quad \therefore 13 = 14 - 1$$

الحل

$$13 = 1 + 12 \quad \text{بالتعويض في } (1) \rightarrow 13 = 1 + 12$$

$$N = 1 + 12$$

$$1 - 14 = 13 \rightarrow 13 = 14 - 1$$

$$[2 \pm = 13] \quad [17 = 13]$$

$$\{(1-61), (161)\} = 8.3 \therefore$$

$$[5] \quad 1 = 13 - 12 \quad \therefore 12 = 13 - 1$$

الحل

$$(1) \rightarrow 1 = 13 - 12 \quad \text{بالتعويض في } (1) \rightarrow 1 = 13 - 12$$

$$17 = 13 - 1 \rightarrow 1 = 13 - 17$$

$$13 = 12 \therefore [1 \pm = 13]$$

$$[1 \pm = 13] \therefore$$

$$\{(1-61), (161)\} = 8.3 \therefore$$

$$[6] \quad 12 = 13 - 1 \quad \therefore 1 = 13 - 12$$

الحل

$$(1) \rightarrow 12 = 13 - 1$$

$$12 = 13 - 1 \rightarrow 1 = 13 - 12$$

$$[2 \pm = 13] \rightarrow 12 = 13 - 1$$

$$[2 \pm = 13] \therefore [2 \pm = 13]$$

$$\{(1-61), (161)\} = 8.3 \therefore$$

$$[7] \quad 13 = 12 - 1 \quad \therefore 1 = 12 - 13$$

الحل

$$(1) \rightarrow 13 = 12 - 1$$

$$(2) \rightarrow 13 = 12 - 1$$

$$\text{بالتعويض في } (1) \rightarrow 13 = 12 - 1$$

$$13 = 12 - 1 \rightarrow 1 = 12 - 13$$

$$13 = 12 - 1 \rightarrow 1 = 12 - 13$$

$$13 = 12 - 1 \rightarrow 1 = 12 - 13$$

نقسم على 13

$$13 = 1 - 12 \quad \therefore 12 = 1 - 13$$

$$(1) \rightarrow 13 = 1 - 12 \quad \text{بالتعويض في } (1) \rightarrow 13 = 1 - 12$$

$$1 - 12 = 13 \rightarrow 12 = 1 - 13$$

$$[2 \pm = 13] \quad [2 \pm = 13]$$

$$\{(1-61), (161)\} = 8.3 \therefore$$

$$[8] \quad 19 = 14 + 5 \quad \therefore 5 = 19 - 14$$

الحل

$$(1) \rightarrow 19 = 14 + 5$$

$$\text{بالتعويض في } (1) \rightarrow 19 = 14 + 5$$

$$19 = 14 + 5 \rightarrow 5 = 19 - 14$$

$$19 = 14 + 5 \rightarrow 5 = 19 - 14$$

$$(1-14) = 5 \rightarrow 5 = 14 - 19$$

$$(1-14) = 5 \rightarrow 5 = 14 - 19$$

$$[5 = 13] \quad [1 = 13]$$

$$\text{بالتعويض في } (1) \rightarrow 5 = 13$$

$$5 - 14 = 13 - 14 = 13$$

$$[3 = 13] \quad [7 = 13]$$

$$\{(361), (761)\} = 8.3 \therefore$$

لاحظ

مجموع مربعيهما  $\rightarrow 13 + 12$

الفرق بين مربعيهما  $\rightarrow 13 - 12$

حاصل ضربيهما  $\rightarrow 13 \times 12$

ضابحة المستطيل  $\rightarrow 13 \times 12$

قطر المستطيل  $\rightarrow 13 + 12 =$  مربع القطر

وتر المثلث القائم  $\rightarrow 13 + 12 =$  مربع الوتر

مربع مجموعهما  $\rightarrow (13 + 12)$

مربع الفرق بينهما  $\rightarrow (13 - 12)$

قطر المربع  $\rightarrow 13 + 12 =$  مربع القطر





٧] مستطيل ينزير طوله عن عرضه بمقدار ٣  
ومساحته ٢٨. أوجد محيطه. [الحل]  
تقرض أن الطول  $x$  والعرض  $y$

$$x - y = 3 \quad 6 \quad 3 = x - y \quad 28 = xy$$

$$x + y = 3 \quad 1 \quad x + y = 3$$

$$xy = 28 \quad 2 \quad xy = 28$$

بالتعويض في ٢

$$xy = 28 \quad (x + y) = 3$$

$$xy = 28 \quad x + y = 3$$

$$xy = (x + y)(x - y) = 28$$

$$xy = 28 \quad x - y = 3 \quad x + y = 3$$

بالتعويض في ١

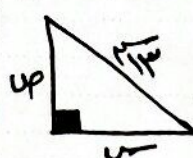
$$x - y = 3 \quad x + y = 3$$

$$x - y = 3 \quad x + y = 3 \quad \text{الطول} = 7 \quad \text{العرض} = 4$$

$$x - y = 3 \quad x + y = 3 \quad \text{المحيط} = (الطول + العرض) \times 2$$

$$x - y = 3 \quad x + y = 3 \quad 2 \times (3 + 7) = 20$$

٨] مثلث قائم الزاوية طول وتره ٢٣  
محيطه يساوي ٣٠. أوجد طول ضلعي  
القائمة.



تقرض أن طول ضلعي القائمة

هما  $x$  و  $y$

$$x + y = 30 \quad 169 = x^2 + y^2 \quad \text{من مبرهنة فيثاغورس}$$

$$x + y = 30 \quad x^2 + y^2 = 169 \quad \text{منه المحيط}$$

$$x + y = 30 \quad x^2 + y^2 = 169 \quad 13 - x = y$$

$$x + y = 30 \quad x^2 + y^2 = 169 \quad x - 13 = y$$

$$x + y = 30 \quad x^2 + y^2 = 169 \quad x + y = 30$$

بالتعويض في ٢

$$x + y = 30 \quad x^2 + y^2 = 169 \quad (x - 13) + (x - 13) = 30$$

$$x + y = 30 \quad x^2 + y^2 = 169 \quad x^2 - 26x + 169 = 900$$

$$x + y = 30 \quad x^2 + y^2 = 169 \quad x^2 - 26x + 169 = 900$$

$$x + y = 30 \quad x^2 + y^2 = 169 \quad x^2 - 26x + 169 = 900$$

$$x + y = 30 \quad x^2 + y^2 = 169 \quad (x - 13)^2 = 73$$

$$x + y = 30 \quad x^2 + y^2 = 169 \quad x - 13 = \sqrt{73}$$

بالتعويض في ١

$$x - y = 3 \quad x + y = 30$$

$$x - y = 3 \quad x + y = 30$$

٩] مجموع عددين صحيحين هو ٩ والفرق بين  
مربعيهما ٢٧. أوجد العددين. [الحل]

تقرض أن العددين هما  $x$  و  $y$

$$x + y = 9 \quad 27 = x^2 - y^2$$

$$x + y = 9 \quad x^2 - y^2 = 27$$

$$x + y = 9 \quad x^2 - y^2 = 27 \quad x - y = 3$$

$$x + y = 9 \quad x^2 - y^2 = 27 \quad (x - y) = 3$$

$$x + y = 9 \quad x^2 - y^2 = 27 \quad x^2 - 6x + 9 = 9$$

$$x + y = 9 \quad x^2 - y^2 = 27 \quad x^2 - 6x + 9 = 9$$

$$x + y = 9 \quad x^2 - y^2 = 27 \quad x^2 - 6x + 9 = 9$$

بالتعويض في ١

$$x + y = 9 \quad x^2 - y^2 = 27 \quad x - 3 = y$$

١٠] مستطيل طول قطره ٢٥ ومحيطه ٢٢٤ أوجد

بعديه [الحل]

$$x + y = 112 \quad 25 = x^2 + y^2$$

$$x + y = 112 \quad x^2 + y^2 = 25$$

$$x + y = 112 \quad x^2 + y^2 = 25 \quad x - y = 3$$

$$x + y = 112 \quad x^2 + y^2 = 25 \quad (x - y) = 3$$

$$x + y = 112 \quad x^2 + y^2 = 25 \quad x^2 - 224x + 12544 = 9$$

$$x + y = 112 \quad x^2 + y^2 = 25 \quad x^2 - 224x + 12544 = 9$$

$$x + y = 112 \quad x^2 + y^2 = 25 \quad x^2 - 224x + 12544 = 9$$

$$x + y = 112 \quad x^2 + y^2 = 25 \quad x^2 - 224x + 12544 = 9$$

$$x + y = 112 \quad x^2 + y^2 = 25 \quad (x - 112)^2 = 12535$$

$$x + y = 112 \quad x^2 + y^2 = 25 \quad x - 112 = \sqrt{12535}$$

$$x + y = 112 \quad x^2 + y^2 = 25 \quad x - 112 = \sqrt{12535}$$

$$x + y = 112 \quad x^2 + y^2 = 25 \quad x - 112 = \sqrt{12535}$$

١١] بعديه هما ٢٤ و ٣٢

مساحة البعديهما (الطول والعرض)





## تعاريف (٣)

### ١- أمثلة ما يأتي في:

- ١) المعادلات من  $٣ = ٥ + ٢$  من الدرجة ...
- ٢) مجموع حل المعادلتين  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$  هو ...
- ٣) مجموع حل المعادلتين  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$  هو ...
- ٤) مجموعة حل المعادلتين  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$  هي ...
- ٥) مجموعة حل المعادلتين  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$  هي ...
- ٦) مجموعة حل المعادلتين  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$  هي ...
- ٧) عدوان موهبان مجموعهما ٧ حاصل ضربهما ١٢ جانده العددين هما ...
- ٨) إذا كان  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$  فإن ...

### ٢- أوجد مجموعة حل أوضاع المعادلات الآتية في:

- ١)  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$
- ٢)  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$
- ٣)  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$
- ٤)  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$

### ٣- عدده صحيحين مجموعهم ٧ وحاصل ضربهما

- ١) أوجد العددين
- ٢) مستطيل محيطه ٢٤ ومساحته ٣٣ أوجد طول بعديه
- ٣) معينان الطريق بين طولي قطريه ٤٢، محيطه يساوي ٤٢ أوجد طول كل من قطريه
- ٤) عدده أحدهما معكوس جمعي للآخر ومجموع مربعيهما هو ٢ أوجد العددين
- ٥) عدده الطريق بينهما ٥ وحاصل ضربهما ٣٦ أوجد العددين

## ١- اختار على الوحدة الأولى

### ١- أمثلة ما يأتي في:

- ١) إذا كان المستقيمان  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$  متوازيان فإنه ...
- ٢) مجموع حل المعادلتين  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$  هو ...
- ٣) مجموع حل المعادلة  $٣ = ٥ + ٢$  هو ...
- ٤) مجموع الحل للمعادلتين  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$  هو ...
- ٥) معني الدالة (٣) = ... هو ...
- ٦) مجموع حل المعادلتين  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$  هو ...

### ٢- أوجد جبرياً مجموع حل المعادلتين في:

- ١)  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$
- ٢)  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$
- ٣)  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$
- ٤)  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$

### ٣- أوجد في $٣ = ٥ + ٢$ مجموع حل المعادلتين

- ١)  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$
- ٢)  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$
- ٣)  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$
- ٤)  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$

### ٤- أوجد بيانياً مجموع حل المعادلتين

- ١)  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$
- ٢)  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$
- ٣)  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$
- ٤)  $٣ = ٥ + ٢$  و  $٤ = ٦ + ١$



## (الوحدة الثانية)

### الدرس الأول [أصفار الدالة]

أصفار الدالة : هي قيم  $x$  التي تجعل

الدالة تساوي صفر

فمثلاً  $D(x) = x - 2$  قيمتها

تساوي صفر عند  $x = 2$

نقول أن الدالة أصفارها  $D(x) = 0$

#### خطوات حساب أصفار الدالة

① تساوي الدالة بالصفر

② تحلل ونوجد قيم  $x$

③ نكتبه  $D(x)$

**ملحوظة** إذا كانت الدالة لدرجة

(سبط ومقام)

نحسب أصفار البسط لوحدها ونحسب

أصفار المقام لوحدها ثم نحسب

{أصفار البسط} - {أصفار المقام}

بمعنى التي موجود في البسط وغير موجود  
في المقام

**ملحوظة** أي دالة لا تحلل مثل

جميع المربعات  $(x^2 + \text{عدد})$  أصفارها  $\emptyset$

أي دالة ثابتة أصفارها  $\emptyset$

عند  $D(x) = \text{صفر}$  أصفارها  $\emptyset$

**مثال ①** احسب أصفار كل من

الدوال الآتية :

②  $D(x) = (x-1)(x-2)$  **الحل**

$(x-1)(x-2) = 0$  متطلة جاذرة

$\therefore D(x) = 0$   $\{1, 2\}$

③  $D(x) = x^2 - 16$  **الحل**

$x^2 - 16 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+4) = 0$

$\{x=4\} \cup \{x=-4\}$

$\therefore D(x) = 0 \Rightarrow \{4, -4\}$

④  $D(x) = x^2 - 2x$  **الحل**

$x^2 - 2x = 0$

$x(x-2) = 0$

$\{x=0\} \cup \{x=2\}$

$\therefore D(x) = 0 \Rightarrow \{0, 2\}$

⑤  $D(x) = x^2 - 7$  ثابتة أصفارها  $\emptyset$

⑥  $D(x) = x^2 + 9$  لا تحلل أصفارها  $\emptyset$

⑦  $D(x) = \text{صفر}$  أصفارها  $\emptyset$

⑧  $D(x) = \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 + 2x - 3}$  **الحل**

$x^2 - 3x - 18 = 0$

$(x-6)(x+3) = 0$

$\{x=6\} \cup \{x=-3\}$

$\therefore \text{أصفار المقام} = \{6, -3\}$

$x^2 + 2x - 3 = 0$

$x^2 - 9 = 0$

$(x-3)(x+3) = 0$

$\therefore \text{أصفار البسط} = \{3, -3\}$

$\{x=6\} \cup \{x=-3\}$

$\therefore \text{أصفار البسط} = \{3, -3\}$

$\therefore D(x) = 0 \Rightarrow \{3, -3\}$

⑨  $D(x) = x^2 + 6x - 12$  **الحل**

$x^2 + 6x - 12 = 0$

$(x+3)(x-4) = 0$

$\{x=-3\} \cup \{x=4\}$

$\frac{9}{4}$

$\{x=-3\} \cup \{x=4\}$

$\therefore D(x) = 0 \Rightarrow \{-3, 4\}$

وإذا غامرت في شرف مروج

$\therefore$  فلا ترضى بعادون النجوم





## الدرس الثاني [مجال الدالة]

مجال الدالة هو قيم  $x$  التي تجعل الدالة معرفة فمثلاً  $(x) = \frac{3}{1-x}$  يكون لها الناتج عند التعويض عن  $x$  بأي عدد ما عدا  $x=1$  لأنه  $\frac{3}{1-1} = \frac{3}{0}$  غير معرفة  
 فنقول أننا يمكن أن نعوّض عن  $x$  بأي عدد ما عدا  $x=1$   
 فنقول أن مجال الدالة هو  $x \neq 1$   
 أي مجموعة التعويض هي جميع الأعداد ما عدا  $\{1\}$

مجال الدالة الكسرية  
 $x \neq 1$  - {أصفار المقام}

ملاحظات هامة

الدالة التي ليس لها مقام مجالها  $x$   
 الدالة التي مقامها عدد ثابت مجالها  $x$   
 الدالة التي مقامها لايجل مجالها  $x$   
 عند حساب المجال نستغل على المقام فقط خطوات المجال  
 ① تساوي المقام بالصفر  
 ② نحل ونوجد قيم  $x$   
 ③ المجال  $x \neq$  قيم  $x$   
 المجال المشترك  $x \neq$  - {كله بدون تكرار}

مثال ① أوجد مجال كلاهما  $x$

①  $(x) = \frac{x+2}{x}$  مجالها  $x \neq 0$

②  $(x) = \frac{1-x}{x+1}$  مجالها  $x \neq -1$

③  $(x) = \frac{x-5}{x-5}$  مجالها  $x \neq 5$  (لأنه لا يمكن أن يكون المقام صفر)

④  $(x) = \frac{x-2}{x^2}$  مجالها  $x \neq 0$

$x \neq 0$  ←  $x \neq 0$

⑤  $(x) = x^2 + 10x$

الحل  $x^2 + 10x = 0$

$x(x+10) = 0$

$x = 0$  أو  $x = -10$

$x \neq 0$  و  $x \neq -10$

أي  $x \neq 0$  و  $x \neq -10$

مثال ⑥ إذا كانت  $x = 3$  و  $y = 6$  هي مجموع

اصفار الدالة  $(x) = x^2 + 10x + 16$  فأوجد قيمته

الحل نعوض عن  $x$  بـ 3 و  $y$  بـ 6

ونساوي الناتج بالصفر

$0 = 3^2 + 10(3) + 16$

$0 = 9 + 30 + 16$

أي  $0 = 55$

مثال ⑦ إذا كانت اصفار الدالة دهيته

$(x) = x^2 + 10x + 16$  هي  $\{6, 3\}$

أوجد قيمة كل من  $x$  و  $y$

عند  $x = 3$

$0 = 3^2 + 10(3) + 16$

①  $0 = 9 + 30 + 16$

$0 = 55$

②  $0 = 3^2 + 10(3) + 16$

أي  $0 = 55$

$0 = 9 + 30 + 16$

أي  $0 = 55$

$0 = 3^2 + 10(3) + 16$

أي  $0 = 55$

أي  $0 = 55$

أي  $0 = 55$

$x \neq 0$  و  $x \neq -10$



:- مجال الدالة هو  $\{3\}$  -  $\{2\}$  هو  
 نغوضه في المقام عن  $\boxed{3=2}$  وشلو به بالاصفر  
 $0 = 9 + 2 \times 2 - 9$   
 $0 = 9 + 4 - 9$   
 $\# \boxed{7=2} \Leftarrow \frac{18}{3} = \frac{2 \times 9}{3}$

## الدرس الثالث [اختزال الكسر الجبري]

خطوات اختزال الكسر الجبري  
 1. نحلل البسط والمقام تحليلًا تامًا إن أمكن  
 2. نكتب المجال =  $\{2\}$  -  $\{3\}$  أو أصغر المقام  
 3. نختصر العوامل المتشابهة ونكتب  
 الناتج في أبسط صورة  
 ملحوظة: إذا كان  $\boxed{1=2}$  أو  $\boxed{2=1}$

فإنه مجال  $\{2\}$  = مجال  $\{1\}$   
 1.  $\{2\}$  =  $\{1\}$  بعد الاختصار  
 2. لجميع قيم  $x$  التي تنتمي للمجال المشترك  
 أي أننا نأخذ المجال المشترك  
 أي لا يشترط أنه يكون مجال  $\{2\}$  = مجال  $\{1\}$

## مثال 1 اختصر ما يأتي في أبسط صورة

الحل  $\frac{x-4}{x-8}$   
 $\frac{(x-4)(x-2)}{(x-2)(x-4)} = (x-2)$   
 المجال =  $\{2\}$  -  $\{4\}$   
 $\frac{x-2}{x-4} = (x-2)$   
 الحل  $\frac{2x^2 + 7x + 6}{x^2 + 4x - 3}$   
 $\frac{(2x+3)(x+2)}{(x+6)(x-1)}$   
 المجال =  $\{2\}$  -  $\{4\}$  و  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{3}{2}$  و  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{2}{3}$

الحل  $\frac{x+1}{x-1} = \frac{x+1}{x-1}$   
 $0 = x - 1$   
 $0 = (x-1)$   
 $\boxed{1=2}$  |  $\boxed{2=1}$   
 المجال =  $\{2\}$  -  $\{1\}$

## مثال 2 أوجد المجال المشترك لكل من

1.  $\frac{1}{x-1}$  و  $\frac{2}{x+1}$   
 الحل

$0 = x - 1$  |  $0 = x + 1$   
 $\boxed{1=2}$  |  $\boxed{2=1}$   
 المجال =  $\{2\}$  -  $\{1\}$   
 المجال المشترك =  $\{2\}$  -  $\{1\}$

2.  $\frac{3}{x-1}$  و  $\frac{2}{x-2}$   
 الحل

$0 = x - 1$  |  $0 = x - 2$   
 $0 = (x-1)(x-2)$  |  $0 = (x-2)(x-1)$   
 $\boxed{1=2}$  |  $\boxed{2=1}$   
 المجال =  $\{2\}$  -  $\{1\}$  | المجال =  $\{2\}$  -  $\{1\}$   
 المجال المشترك =  $\{2\}$  -  $\{1\}$

3.  $\frac{4x-3}{x-1}$  و  $\frac{1-x}{x+1}$  و  $\frac{5}{x-2}$   
 الحل

$0 = (x-1)$  |  $0 = (x+1)$  |  $0 = (x-2)$   
 $\boxed{1=2}$  |  $\boxed{2=1}$  |  $\boxed{2=1}$   
 المجال =  $\{2\}$  -  $\{1\}$  | المجال =  $\{2\}$  -  $\{1\}$  | المجال =  $\{2\}$  -  $\{1\}$   
 المجال المشترك =  $\{2\}$  -  $\{1\}$

## مثال 3 إذا كان مجال الدالة $\{2\}$ :

الحل  $\frac{x-1}{x^2+9x+9}$  هو  $\{2\}$   
 فأي قيمة  $x$





**مثال ٥** اثبت ان  $x^2 - 1 = 0$  حيث

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1) = 0 \quad \text{حيث } x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$$

**الحل**

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1) = 0$$

$$\text{المجال} = \{x \mid x \neq -1\}$$

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1) = 0$$

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1) = 0$$

$$\text{المجال} = \{x \mid x \neq -1\}$$

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1) = 0$$

$$\text{مجال } x = 1 = \text{مجال } x = -1$$

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1) = 0$$

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1) = 0$$

**مثال ٦** اثبت ان  $x^2 - 1 = 0$  حيث

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1) = 0 \quad \text{حيث } x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$$

**الحل**

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1) = 0$$

$$\text{المجال} = \{x \mid x \neq -1\}$$

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1) = 0$$

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1) = 0$$

$$\text{المجال} = \{x \mid x \neq -1\}$$

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1) = 0$$

$$\text{مجال } x = 1 = \text{مجال } x = -1$$

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1) = 0$$

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1) = 0$$

**تمارين ١**

**١** اكمل ما يأتي

$$1) \text{ مجموعة اصفار الدالة } f(x) = x^2 - 3x \text{ هي } \dots$$

$$2) \text{ اذا كانت } f(x) = x^2 - 3x \text{ حيث } f(x) = x^2 - 3x$$

$$3) \text{ مجموعة اصفار الدالة } f(x) = x^2 - 3x \text{ هي } \dots$$

$$4) \text{ مجال الدالة } f(x) = x^2 - 3x \text{ هو } \dots$$

$$5) \text{ اصفار الدالة } f(x) = x^2 - 3x \text{ هو } \dots$$

$$6) \text{ مجال الدالة } f(x) = x^2 - 3x \text{ هو } \dots$$

$$7) \text{ اصفار الدالة } f(x) = x^2 - 3x \text{ هي } \dots$$

$$8) \text{ مجال الدالة } f(x) = x^2 - 3x \text{ هو } \dots$$

$$9) \text{ مجال الدالة } f(x) = x^2 - 3x \text{ هو } \dots$$

$$10) \text{ اذا كانت } f(x) = x^2 - 3x \text{ حيث } f(x) = x^2 - 3x$$

**٢** اوجد المجال المشترك لكل من الكورانيه

$$1) \frac{x-1}{x+1}, \frac{x}{x-1}, \frac{x}{x+1}$$

$$2) \frac{x-1}{x+1}, \frac{x}{x-1}, \frac{x}{x+1}$$

$$3) \frac{1}{x}, \frac{1}{x+1}, \frac{1}{x-1}$$

**٣** اثبت ان  $x^2 - 1 = 0$  في كل ما يأتي

$$1) x^2 - 1 = (x-1)(x+1) = 0 \quad \text{حيث } x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$$

$$2) x^2 - 1 = (x-1)(x+1) = 0 \quad \text{حيث } x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$$

**٤** اثبت ان لمربع قيم  $x$  التي تنتمي الى المجال

المشترك  $f(x) = x^2 - 1$  حيث

$$1) f(x) = x^2 - 1, f(x) = x^2 - 1 \quad \text{حيث } f(x) = x^2 - 1$$

$$2) f(x) = x^2 - 1, f(x) = x^2 - 1 \quad \text{حيث } f(x) = x^2 - 1$$

$$\text{مجال } f(x) = x^2 - 1$$

عقلي الرياضيات :-  
(ان لكل مجهول قيمة فلا تحتقر احد  
لا تعرفه)



## الدرس الرابع

### العمليات على الكسور الجبرية

[الجمع - الطرح - الضرب - القسمة]

\* خطوات الحل :-

1] نحلل بسط ومقام الكسرين تحليلًا تامًا  
إن أمكن

2] نكتب المجال = ح - {أصفار المقام}

← في حالة القسمة عند إيجاد المجال  
المجال = ح - {أصفار مقام الأول وأصفار بسط ومقام الكسر الثاني}

3] نختصر العوامل المتشابهة

← في الجمع والطرح نختزل كل كسر على جدي

← في الضرب نختصر المتشابهة من أي

الكسرين  
4] نجرى العملية الموجودة، إضافة أو

جمع أو طرح أو ضرب

5] نكتب ونكتب الناتج

(ملحوظة هامة) في مسألة القسمة

يجب أولاً أن نحول القسمة لضرب

بإستخدام قاعدة [ثبت المقام] [أضرب البسط]

ثم نكمل حل المسألة مثل الخطوات السابقة

مثال 1] أوجد (س) في أبسط صورة

صينا مجال

$$2] \text{ (س) } = \frac{س}{س+4} + \frac{س-2}{س-4} \text{ ثم}$$

أوجد (س) - 2، إن أمكن [الحل]

$$3] \text{ (س) } = \frac{س}{س+4} + \frac{س}{س-4} = \frac{س(س-4) + س(س+4)}{(س+4)(س-4)}$$

المجال = ح - {0، -4، 4}

$$3] \text{ (س) } = \frac{1}{س+4} + \frac{1}{س-4} = \frac{س}{س+4} + \frac{س}{س-4}$$

∴ - 2 ليس مجال الدالة  
∴ (س-2) غير ممكنة (غير معرفة)

$$4] \text{ (س) } = \frac{س-2}{س+4} - \frac{4}{س-4} = \frac{س-2}{س+4} - \frac{4}{س-4}$$

$$5] \text{ (س) } = \frac{س-2}{س+4} - \frac{4}{س-4} = \frac{س(س-4) - 4(س+4)}{(س+4)(س-4)}$$

المجال = ح - {0، -4، 4}

$$6] \text{ (س) } = \frac{س-2}{س+4} - \frac{4}{س-4} = \frac{س(س-4) - 4(س+4)}{(س+4)(س-4)}$$

$$7] \text{ (س) } = \frac{س-2}{س+4} - \frac{4}{س-4} = \frac{س(س-4) - 4(س+4)}{(س+4)(س-4)}$$

$$8] \text{ (س) } = \frac{س-2}{س+4} - \frac{4}{س-4} = \frac{س(س-4) - 4(س+4)}{(س+4)(س-4)}$$

$$9] \text{ (س) } = \frac{س-2}{س+4} - \frac{4}{س-4} = \frac{س(س-4) - 4(س+4)}{(س+4)(س-4)}$$

$$10] \text{ (س) } = \frac{س-2}{س+4} - \frac{4}{س-4} = \frac{س(س-4) - 4(س+4)}{(س+4)(س-4)}$$

المجال = ح - {0، -4، 4}

$$11] \text{ (س) } = \frac{س-2}{س+4} - \frac{4}{س-4} = \frac{س(س-4) - 4(س+4)}{(س+4)(س-4)}$$

$$12] \text{ (س) } = \frac{س-2}{س+4} - \frac{4}{س-4} = \frac{س(س-4) - 4(س+4)}{(س+4)(س-4)}$$

$$13] \text{ (س) } = \frac{س-2}{س+4} - \frac{4}{س-4} = \frac{س(س-4) - 4(س+4)}{(س+4)(س-4)}$$

المجال = ح - {0، -4، 4}

$$14] \text{ (س) } = \frac{س-2}{س+4} - \frac{4}{س-4} = \frac{س(س-4) - 4(س+4)}{(س+4)(س-4)}$$

$$15] \text{ (س) } = \frac{س-2}{س+4} - \frac{4}{س-4} = \frac{س(س-4) - 4(س+4)}{(س+4)(س-4)}$$

لا يلف المرو عن الحمام حين يصبح عجوزاً

بل يصبح عجوزاً حين يلف عن الحمام .....





$$\frac{(2-s)s}{(2+s)(2-s)} = (s) \quad \text{الحل}$$

$$\frac{(2+s)s}{(2+s)(2-s)} = (s) \quad \text{الحل}$$

المجال =  $\{2, 0\}$   
 لا نأخذ المجال من فوق ونختار طالعاً  
 شقيلنا الدالة

$$\frac{2+s}{s} = (s) \quad \text{الحل}$$

إذا كانت  $(s) = 3$

$$\frac{2+s}{s} = 3 \Rightarrow 2+s = 3s \Rightarrow 2 = 2s \Rightarrow s = 1$$

إذا كانت  $(s) = 0$

$$2 = 0 \Rightarrow 2 = 0$$

إذا كانت  $(s) = 1$

$$2 = 1 \Rightarrow 1 = 1$$

$$\frac{5-s}{\sqrt{2+s}+13-10} + \frac{7-s}{11+s+10-6-2} = (s) \quad \text{الحل}$$

$$\frac{5-s}{\sqrt{2+s}+13-10} + \frac{7-s}{11+s+10-6-2} = (s) \quad \text{الحل}$$

المجال =  $\{0, 6, 7, 6, 3\}$

$$\frac{1}{3-s} + \frac{1}{3-s} = (s) \quad \text{الحل}$$

$$\frac{2}{3-s} = (s) \quad \text{الحل}$$

$$\frac{4-s}{s^2-3} - \frac{4-s}{12+s-7-s} = (s) \quad \text{الحل}$$

$$\frac{4-s}{s^2-3} + \frac{4-s}{(4-s)(3-s)} = (s) \quad \text{الحل}$$

المجال =  $\{4, 6, 4\}$

$$\frac{4-s+1}{4-s} = \frac{1}{1} + \frac{1}{4-s} = (s) \quad \text{الحل}$$

توحيد مقامات

$$\frac{4-s}{4-s} = (s) \quad \text{الحل}$$

$$\frac{2-s}{2+s} + \frac{s}{4} = (s) \quad \text{الحل}$$

المجال =  $\{2, -\}$

$$\frac{2-s}{2+s} + \frac{s}{4} = (s) \quad \text{الحل}$$

توحيد مقامات

$$\frac{2-s}{(2+s)4} + \frac{s}{4} = (s) \quad \text{الحل}$$

$$\frac{(2-s)(2+s)}{(2+s)4} = (s) \quad \text{الحل}$$

$$\frac{2-s}{(2+s)} = (s) \quad \text{الحل}$$

المجال =  $\{2, -\}$

إذا كانت  $(s) = 3$  فما قيمة  $s$  ؟

مثال ١٣: إذا كان مجال الدالة  $f$  حيث

$$f(s) = \frac{9}{p+s} + \frac{5}{s} \quad \text{هو } \{0, 6\}$$

١. أوجد قيمتي  $p$  و  $6$

$$\frac{9}{p+s} + \frac{5}{s} = (s) \quad \text{الحل}$$

المجال =  $\{0, 6\}$

$$\frac{9}{p+s} + \frac{5}{s} = (s) \quad \text{الحل}$$

$$9 = (0) \quad \text{الحل}$$

$$9 = \frac{9}{s-0} + \frac{5}{0} \quad \text{الحل}$$

$$9 - 9 = \frac{5}{0} \quad \text{الحل}$$

$$\frac{5}{0} = \frac{5}{0} \quad \text{الحل}$$

$$\frac{5}{0} = \frac{5}{0} \quad \text{الحل}$$



## تعاريف (٥)

### ١) أكل ما يأتي

- ١) مجموعة أضفار الدالة  $(\sqrt{x}) = (\sqrt{x-0})$  هو ....
- ٢) مجال الدالة  $(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-3}}$  هو .....
- ٣) المجال المشترك للدالتين  $(\sqrt{x}) = \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$  ،
- ٤)  $(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-5+7}}$  هو .....
- ٥) أبسط صورة للكسر  $\frac{7+\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}}$  هو .....
- ٦) إذا كان  $(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-3}}$  فإن مجال  $(\sqrt{x})$  هو ....
- ٧)  $(\sqrt{x}) = \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} = \dots$  في أبسط صورة
- ٨) مجال المعكوس الجمعي للكسر  $\frac{0+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$  هو .....
- ٩) مجال المعكوس الضربي للكسر  $\frac{0+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$  هو .....
- ١٠) إذا كانت  $(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x+3}}{1-\sqrt{x}}$  فإن  $(\sqrt{x}) = \dots$
- ١١) أبسط صورة للدالة  $(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}} \div \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-9}}$  هو .....
- ١٢) مجموعة أضفار الدالة  $(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x+3}}$  هو .....

### ٢) أوجد $(\sqrt{x})$ في أبسط صورة حيثما المجال

- ١)  $(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x+3}} \div \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x+3}}$
- ٢)  $(\sqrt{x}) = \frac{0-\sqrt{x}}{0+\sqrt{x-3}} + \frac{\sqrt{x-3}}{1-\sqrt{x}}$
- ٣)  $(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x-3}}{1+\sqrt{x+3}} \times \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x-3}}$
- ٤)  $(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x+3}} \times \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-3}}$
- ٥)  $(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x+3}}{12+\sqrt{x+3}} \div \frac{\sqrt{x+3}}{(7+\sqrt{x})(2-\sqrt{x})}$
- ٦)  $(\sqrt{x}) = \frac{12}{2-\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-3}}$
- ٧)  $(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-3}} - \frac{\sqrt{x-3}}{12+\sqrt{x+3}}$
- ٨)  $(\sqrt{x}) = \frac{2}{2+\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x+3}}{2+\sqrt{x}}$
- ٩)  $(\sqrt{x}) = \frac{0+\sqrt{x}}{0+\sqrt{x+3}} - \frac{\sqrt{x+3}}{1-\sqrt{x}}$

## [اختبار على الوحدة الثانية]

### ١) أكل ما يأتي:

- ١)  $(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x}}$  فإن مجال  $(\sqrt{x})$  هو ....
- ٢) إذا كان  $(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-3}}$  معكوس الضربي فإن  $\dots = \dots$
- ٣) المعكوس الجمعي للكسر  $\frac{1-\sqrt{x}}{0+\sqrt{x}}$  هو .....
- ٤) إذا كان  $(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}}$  فإن  $(\sqrt{x}) = \dots$
- ٥) المجال المشترك للكسرين  $\frac{2}{\sqrt{x-3}}$  ،  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-7}}$  هو .....
- ٦) أبسط صورة للكسر الجبري  $\frac{\sqrt{x-5}}{0-\sqrt{x}}$  هو .....

### ٢) أوجد $(\sqrt{x})$ في أبسط صورة حيثما المجال

- ١)  $(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x-49}}{\sqrt{x-8}} \div \frac{\sqrt{x+7}}{\sqrt{x-3}}$  وارسمه
- قيمة  $(\sqrt{x}) = (1)$  ،  $(\sqrt{x}) = (7)$  ، إن أمكن

### ٣) أوجد المجال المشترك الذي يساوي فيه الكسرين

- ١)  $(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x+12}+\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}+5}$  ،  $(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x-3}}{1+\sqrt{x+3}}$

### ٤) إذا كان $(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}}$ ،

- ١)  $(\sqrt{x}) = \frac{\sqrt{x+3}+\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}}$  أثبت أنه  $(\sqrt{x}) = \sqrt{x}$

### ٥) أوجد $(\sqrt{x})$ في أبسط صورة حيثما المجال

- ١) حيث  $(\sqrt{x}) = \frac{7-\sqrt{x+5}}{7+\sqrt{x+5}}$  ثم أوجد
- ٢)  $(\sqrt{x}) = (1)$  ،  $(\sqrt{x}) = (3)$  إن أمكن وإلا كان
- ٣)  $(\sqrt{x}) = 0$  أوجد قيمة  $\sqrt{x}$

### ٦) أوجد $(\sqrt{x})$ في أبسط صورة حيثما المجال

- ١)  $(\sqrt{x}) = \frac{7+\sqrt{x+3}}{7+\sqrt{x+5}} + \frac{\sqrt{x-2}}{2-\sqrt{x}}$

### ٧) أوجد $(\sqrt{x})$ في أبسط صورة حيثما المجال

- ١)  $(\sqrt{x}) = \frac{10-\sqrt{x+3}+\sqrt{x}}{0+\sqrt{x+6}+\sqrt{x+3}} \times \frac{1+\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}-\sqrt{x}}$





## الوحدة الثالثة [الإحتمال]

التجربة العشوائية: هي تجربة نعرف جميع نواتجها مسبقاً ولكن لا نستطيع تحديد أي من النواتج هو الذي سيظهر  
فضاء العينة (ف): هو جميع النواتج للتجربة العشوائية

الحدث (P): هو الناتج الذي سيظهر وهو جزء من فضاء العينة

### لحساب الإحتمال

$$ل(P) = \frac{عدد عناصر الحدث (P)}{العدد الكلي (ف)}$$
  
الإحتمال الحدث المستحيل = صفر  
الإحتمال الحدث المؤكد = 1 = 100%

$$صفر \leq ل(P) \leq 1$$

مثال ① صندوق يحتوي على ١٢ كرة منها ٥ كرات زرقاء، ٤ كرات حمراء، و ٣ كرات بيضاء سحبت كرة عشوائياً أوجد الإحتمال أن تكون الكرة المسحوبة

② زرقاء =  $\frac{5}{12}$  و ٤١٦

③ ليست حمراء =  $\frac{7}{12} = \frac{3+5}{12}$

④ زرقاء أو حمراء =  $\frac{9}{12} = \frac{4+5}{12}$

⑤ صفراء = صفر حدث مستحيل

⑥ ليست صفراء =  $\frac{12}{12} = 1$  حدث مؤكد

مثال ⑦ سحبت بطاقة عشوائياً من ٢٠ بطاقة مرقمة من ١ إلى ٢٠ احبب الإحتمال أن تكون البطاقة المختارة تحمل عدداً

⑧ يقبل القسمة على ٣ =  $\frac{7}{10} = \frac{3}{10}$   
= {٣، ٦، ٩، ١٢، ١٥، ١٨}

⑨ يقبل القسمة على ٥ =  $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$   
= {٥، ١٠، ١٥، ٢٠}

⑩ يقبل القسمة على ٣ ويقبل القسمة على ٥  
نأخذ التقاطع {١٥}

الإحتمال =  $\frac{1}{10}$

⑪ يقبل القسمة على ٣ أو يقبل القسمة على ٥

نأخذ الاتحاد = {٣، ٦، ٩، ١٢، ١٥، ١٨، ٢٠}

الإحتمال =  $\frac{9}{20}$  و ٤٥

### ملاحظات هامة :-

① إذا كان P و B حدثان متنافيان

فإن  $P \cap B = \emptyset$  و  $P \cup B = (P \cup B)$  صفر

② إذا كان P و B حدثان

$ل(P) = ل(P \cap B) + ل(B - P)$

$ل(B) = ل(B \cap P) + ل(P - B)$

⊃ ← جزئية من

∩ ← تقاطع ∪ ← اتحاد

### العمليات على الأحداث :-

① الإحتمال وقوع P و B معاً

$ل(P \cap B) = ل(P) + ل(B) - ل(P \cup B)$

② الإحتمال وقوع P أو B أو كلاهما

← الإحتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل

← الإحتمال وقوع أي من الحدثين

$ل(P \cup B) = ل(P) + ل(B) - ل(P \cap B)$

③ الفرق بين حدثين

← الإحتمال وقوع الحدث P وعدم وقوع B

← الإحتمال وقوع الحدث P فقط

$ل(P - B) = ل(P) - ل(P \cap B)$





### مثال [٤] الحدث المكمل

$$\bar{A} = 1 - P(A)$$

$$1 = P(A) + P(\bar{A})$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

إذا كان  $P(A) = \frac{1}{3}$  فإن  $P(\bar{A}) = \frac{2}{3}$

$$P(A) = \frac{1}{3} \quad P(\bar{A}) = \frac{2}{3}$$

احتمال عدم وقوع  $A$  هو  $\frac{2}{3}$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

احتمال عدم وقوع أي من الحدثين

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B)$$

احتمال وقوع أحد الحدثين دون الآخر

احتمال وقوع أحد الحدثين فقط

$$P(A - B) + P(B - A) =$$

$$P(A \cap B) = 1$$

$$P(\emptyset) = 0$$

### مثال [٥] إذا كان $P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{12}$ فأوجد

$$P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$$

$$P(A - B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$$

$$P(B - A) = \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

الحل

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{5}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{12}$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{7}{12}$$

### مثال [٦] إذا كان $P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{12}$ فأوجد

$$P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$$

$$P(A - B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$$

$$P(B - A) = \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$$

الحل

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{2}{3}$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B) = \frac{7}{12}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{12}$$

$$P(A) = \frac{1}{3}$$

### مثال [٧] إذا كان $P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{12}$ فأوجد

$$P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$$

$$P(A - B) = \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$$

$$P(B - A) = \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B) = \frac{7}{12}$$

احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{2}{3}$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B) = \frac{7}{12}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{12}$$

احتمال وقوع  $B$  فقط

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B) = \frac{7}{12}$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B) = \frac{7}{12}$$





## تعاريف (٦)

### ١١. العمل ما يأتي

١١. إذا كان  $P$ ،  $B$  حدثين متنافيين فإن

$$P(B|P) = 0$$

١٢. إذا كان  $P$ ،  $B$  حدثين متنافيين فإن

$$P(B|P) = 0$$

١٣. إذا كانت  $P$ ،  $B$  فإن  $P(B|P) = P(B)$

١٤. إذا أُلقيت قطعة نقود منتظمة مرة

واحدة فإن احتمال ظهور صورة  $A$  أو

كتابة يساوي .....

١٥. إذا أُلقيت قطعة نقود منتظمة مرة واحدة

فإن احتمال ظهور صورة .....

والاحتمال ظهور كتابة .....

١٦. إذا أُلقي حجر نرد مرة واحدة فإن

احتمال ظهور عدد زوجي وعدد فردي معاً

يساوي .....

١٧. إذا كان احتمال وقوع  $P$  هو  $0.6$  فإن

احتمال وقوع  $P$  هو .....

١٨. إذا كان  $P = 0.4$ ،  $P(B|P) = 0.7$  فإن

١٩. إذا كان  $P$ ،  $B$  حدثين متنافيين وكان

$$P(B|P) = \frac{1}{3}$$

٢٠. إذا كان  $P$ ،  $B$  حدثين متنافيين فإن

$$P(B|P) = 0$$

$$P(B|P) = 0$$

٢١. إذا كان  $P$  هو الحدث المكمل للحدث  $P$

$$P(P) = 1$$

٢٢. احتمال الحدث المستحيل .....

٢٣. احتمال الحدث المؤكد .....

٢٤. إذا كان  $P$ ،  $B$  حدثين متنافيين وكان

$$P(B|P) = 0.3$$

٢٥. عند لقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة

احتمال ظهور عدد زوجي = .....

٢٦. إذا كان احتمال نجاح طالب  $\frac{1}{5}$  فإن

احتمال رسوبه .....

٢٧. عند لقاء حجر نرد فإن احتمال ظهور عدد

أقل من  $2$  يساوي .....

٢٨. شح بطاقات متماثلة مرقمة من  $1$  إلى  $9$  سحبت

منها بطاقة واحدة عشوائياً

٢٩. أكتب فضاء العينة

٣٠. احسب الاحتمالات الآتية

أ. أن تحمل البطاقة المسحوبة عدداً زوجياً

ب. أن تحمل البطاقة المسحوبة عدداً يقبل القسمة على  $3$

ج. أن تحمل عدداً أولياً أكبر من  $5$

٣١. إذا كان  $P = \frac{3}{8}$ ،  $P(B|P) = \frac{1}{4}$  فإن

فاوجه ١.  $P(B|P)$  ٢.  $P(B)$

٣.  $P(B|P)$  ٤.  $P(B)$

٥.  $P(B|P)$  ٦.  $P(B)$

٣٢. إذا كان  $P = 0.7$ ،  $P(B|P) = 0.6$  فإن

أوجه ١. احسب احتمال  $P$  و  $B$  معاً

٢. احسب احتمال وقوع  $P$  أو  $B$

٣. احسب احتمال وقوع  $P$  وعدم وقوع  $B$

٤. احتمال عدم وقوع الحدث  $B$

٥. احتمال عدم وقوع أي من الحدثين

٦. احتمال وقوع أحد الحدثين فقط

٣٣. كيس به ٥ كرات متماثلة مرقمة من  $1$  إلى  $5$

سحبت منه كرة عشوائياً إذا كان العدد  $P$

هو الحصول على عدد فردي  $B$  حدث الحصول

على عدد أولي أوجه :

١.  $P$  ٢.  $P(B)$  ٣.  $P(B)$  ٤.  $P(B)$

٥.  $P(B)$